

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор института нано-, био-,  
информационных, когнитивных  
и социогуманитарных наук и  
технологий**

**Т.Е. Григорьев**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

<b>по дисциплине:</b>	Вычислительная математика
<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Физика атомных ядер и элементарных частиц, физика высоких энергий Физтех-школа природоподобных, плазменных и ядерных технологий им. И.В. Курчатова Кафедра математики и математических методов физики
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 6 (весенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 45 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 15 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 45 час.

Всего часов: 90, всего зач. ед.: 2

Количество контрольных работ, заданий: 2

Программу составил: С.А. Горейнов, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент

Программа обсуждена на заседании Кафедры математики и математических методов физики 20.03.2021

## Аннотация

Целью освоения данной дисциплины является формирование у студента необходимых знаний о вычислительной математике, как о разделе высшей математики; причинах возникновения погрешностей и их учете при оценке результата вычислений; о приближении функций, об основах дифференцирования и интегрирования функций; об оптимизации.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

- освоение студентами фундаментальных знаний в области приближенного решения краевых задач и математического моделирования, изучение современных методов дискретизации дифференциальных уравнений и областей их практического применения.

#### Задачи дисциплины

- формирование базовых знаний в области дискретизации дифференциальных уравнений и математического моделирования как дисциплин, обеспечивающей технологические основы современных инновационных сфер деятельности;
- обучение студентов двум классам современных методов дискретизации и ознакомление с их приложениями;
- формирование подходов к выполнению исследований студентами по математическому моделированию в рамках выпускных работ на степень бакалавра.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ПК-2 Способен анализировать полученные в ходе научно-исследовательской работы данные и делать научные выводы (заключения)	ПК-2.1 Владеет методами статистической обработки и анализа научных данных
	ПК-2.2 Умеет находить ключевые параметры, определяющие изучаемое явление, и производить численные оценки по порядку величины
	ПК-2.3 Способен представлять научные утверждения, их обоснования и доказательства, научные проблемы и их решения ясно и точно в терминах, понятных для профессиональной аудитории, в письменной и устной форме

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- место и роль общих вопросов науки в научных исследованиях;
- современные проблемы теории аппроксимации и вычислительной математики;
- методы приближенного решения задач математической физики;
- постановку проблем моделирования физических процессов;
- о взаимосвязях и фундаментальном единстве естественных наук.

уметь:

- эффективно использовать на практике теоретические компоненты науки: понятия, суждения, умозаключения, законы;
- представить панораму универсальных методов и законов современного естествознания;
- работать на современных компьютерах;
- абстрагироваться от несущественных влияний при моделировании реальных физических ситуаций;
- пользоваться справочной литературой научного и прикладного характера.

владеть:

- планированием, постановкой и обработкой результатов численного эксперимента;
- научной картиной мира;
- навыками самостоятельной работы в лаборатории на современном компьютерном оборудовании;
- навыками освоения большого объема информации;
- культурой постановки и моделирования физических задач.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений.	8	3		10
2	Приближение дифференциальных и интегральных операторов.	8	3		10
3	Приближение функций.	8	5		10
4	Численное интегрирование.	6	4		15
Итого часов		30	15		45
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		90 час., 2 зач.ед.			

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 6 (Весенний)

###### 1. Интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений.

Одношаговые явные методы: Эйлера, Рунге-Кутты; неявные методы: Эйлера, Кранка-Николсон. Многошаговые, многозначные методы: Адамса, Гира. Краевые задачи. Жесткие системы. Метод прогонки.

###### 2. Приближение дифференциальных и интегральных операторов.

Конечные разности. Компактные (Паде-) приближения. Теорема Филиппова. Метод априорных оценок, неравенство Пуанкаре. Устойчивость явных и неявных схем. Спектральный признак устойчивости. Принцип замороженных коэффициентов. Исследование устойчивости простейших схем для уравнения теплопроводности в нормах  $C_1$ ,  $C_2$ . Коллокация. Конечные элементы. Проекционная теорема, оценка точности для кусочно-линейного базиса. Проекционная теорема для компактно возмущенного оператора.

### 3. Приближение функций.

Принцип максимального объема, теорема о выборе узлов. Интерполяция многочленами на отрезке, форма Лагранжа. Обусловленность матрицы Вандермонда. Разделенные разности, форма Ньютона, погрешность интерполяции. Барицентрическая форма интерполяционного многочлена. Оценки констант Лебега сверху и снизу. Эффект Гиббса, монотонная интерполяция. Вариационное свойство естественных сплайнов, погрешность сплайн-интерполяции, квазилокальность (на примере кубических сплайнов). Основные свойства В-сплайнов. Пример Фабера. Кривые последовательного деления. Ортогональные, биортогональные всплеск-преобразования, адаптация всплеск-преобразований (лифтинг).

### 4. Численное интегрирование.

Интерполяционные квадратурные формулы; формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Ортогональные многочлены, трехчленные соотношения, механическая квадратура Гаусса-Якоби. Экстраполяция Рундсона. Адаптивные формулы, правило Рунге. Интегрирование функций с особенностями. Интегрирование быстроосциллирующих функций. Методы Монте-Карло. Центральная предельная теорема. Линейные, инверсивные конгруэнтные генераторы, генератор И.М. Соболя.

## 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, персональные компьютеры с компиляторами с языков С или FORTRAN и интерпретаторами типа MATLAB или OCTAVE. Библиотека, интернет.

## 6. Перечень рекомендуемой литературы

### Основная литература

1. Введение в вычислительную физику [Текст] : учеб. пособие для вузов / Р. П. Федоренко ; Моск. физико-техн. ин-т (гос. ун-т). — М. : Изд-во МФТИ, 1994. — 526 с.

Фонд литературы кафедры

2. Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырный П. И. Вычислительные методы. Том I. М.: Наука, 1976.

3. Тыртышников Е. Е. Краткий курс численного анализа. М.: ВИНТИ, 1994.

4. Деммель Дж. Вычислительная линейная алгебра. М.: Мир, 2001.

### Дополнительная литература

## 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Не используются

## 8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Компиляторы с языков С, FORTRAN.

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Для успешного освоения курса, помимо посещения лекций, от студентов требуется самостоятельная работа. В основном, это время отводится на самостоятельное решение задач, входящих в две контрольные работы. Самостоятельные занятия включают в себя также повторение материала лекций и подготовку к промежуточным тестированиям, которые проводятся для текущего контроля за усвоением материала. Студенты, успешно прошедшие все формы промежуточного контроля, допускаются к сдаче дифференцированного зачета по дисциплине.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

<b>по направлению:</b>	Прикладные математика и физика
<b>профиль подготовки:</b>	Физика атомных ядер и элементарных частиц, физика высоких энергий Физтех-школа природоподобных, плазменных и ядерных технологий им. И.В. Курчатова кафедра математики и математических методов физики
<b>курс:</b>	<u>3</u>
<b>квалификация:</b>	бакалавр
Семестр, формы промежуточной аттестации: 6 (весенний) - Дифференцированный зачет	
<b>Разработчик:</b>	С.А. Горейнов, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ПК-2 Способен анализировать полученные в ходе научно-исследовательской работы данные и делать научные выводы (заключения)	ПК-2.1 Владеет методами статистической обработки и анализа научных данных
	ПК-2.2 Умеет находить ключевые параметры, определяющие изучаемое явление, и производить численные оценки по порядку величины
	ПК-2.3 Способен представлять научные утверждения, их обоснования и доказательства, научные проблемы и их решения ясно и точно в терминах, понятных для профессиональной аудитории, в письменной и устной форме

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Вычислительная математика» обучающийся должен:

### знать:

- место и роль общих вопросов науки в научных исследованиях;
- современные проблемы теории аппроксимации и вычислительной математики;
- методы приближенного решения задач математической физики;
- постановку проблем моделирования физических процессов;
- о взаимосвязях и фундаментальном единстве естественных наук.

### уметь:

- эффективно использовать на практике теоретические компоненты науки: понятия, суждения, умозаключения, законы;
- представить панораму универсальных методов и законов современного естествознания;
- работать на современных компьютерах;
- абстрагироваться от несущественных влияний при моделировании реальных физических ситуаций;
- пользоваться справочной литературой научного и прикладного характера.

### владеть:

- планированием, постановкой и обработкой результатов численного эксперимента;
- научной картиной мира;
- навыками самостоятельной работы в лаборатории на современном компьютерном оборудовании;
- навыками освоения большого объема информации;
- культурой постановки и моделирования физических задач.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

В целях текущего контроля успеваемости предусмотрен краткий опрос по темам предыдущих занятий по теме прошлой лекции или в конце занятия по пройденной теме.

### 3. Перечень типовых контрольных заданий, используемых для оценки знаний, умений, навыков

Промежуточная аттестация по дисциплине «Вычислительная математика» осуществляется в форме дифференцированного зачета. Дифференцированный зачет проводится в устной форме.

#### Перечень контрольных вопросов для сдачи дифференцированного зачета:

1. Принцип максимального объема, теорема о выборе узлов интерполяции.
2. Различные формы интерполяционного многочлена, оценка погрешности интерполяции на отрезке.
3. Оценки констант Лебега. Теорема Фабера-Бернштейна. Оценка для чебышевской сетки (без доказательства). Эллипсы Бернштейна.
4. Вариационное свойство естественных сплайнов.
5. Погрешность сплайн-интерполяции, квазилокальность (на примере кубических сплайнов).
6. Основные свойства  $B$ -сплайнов.
7. Ортогональные всплеск-преобразования.
8. Биортогональные всплеск-преобразования, адаптация (лифтинг).
9. Интерполяционные квадратурные формулы.
10. Квадратура Гаусса-Якоби.
11. Экстраполяция Рундсона. Адаптивные формулы, правило Рунге.
12. Интегрирование функций с особенностями, интегрирование быстроосциллирующих функций.
13. Методы Монте-Карло, оценка погрешности.
14. Линейные, инверсивные конгруэнтные генераторы, генератор И.М. Соболя.
15. Одношаговые явные методы: Эйлера, Рунге-Кутты.
16. Одношаговые неявные методы: Эйлера, Кранка-Николсон.
17. Многошаговые, многозначные методы: Адамса, Гира.
18. Краевые задачи. Жесткие системы. Метод прогонки.
19. Конечные разности. Теорема Филиппова.
20. Метод априорных оценок, неравенство Пуанкаре.
21. Спектральный признак устойчивости.
22. Принцип замороженных коэффициентов.
23. Конечные элементы. Проекционная теорема, оценка точности для кусочно-линейного базиса.
24. Проекционная теорема для компактно возмущенного оператора.
25. Метод Ньютона, метод секущих в одномерном случае. Отделение корней.

### 4. Критерии оценивания

Оценка	Баллы	Критерии
отлично	10	Выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.
	9	Выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие



		знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.
	8	Выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.
хорошо	7	Выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.
	6	Выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.
	5	Выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.
удовлетворительно	4	Выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.
	3	Выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.
неудовлетворительно	2	Выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов

		и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.
	1	Выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

#### **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения дифференцированного зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также справочной литературой, вычислительной техникой, конспектами лекций.

Дифференцированный зачет может проводиться по итогам текущей успеваемости и сдачи заданий, или путем организации специального опроса, проводимого в устной форме.